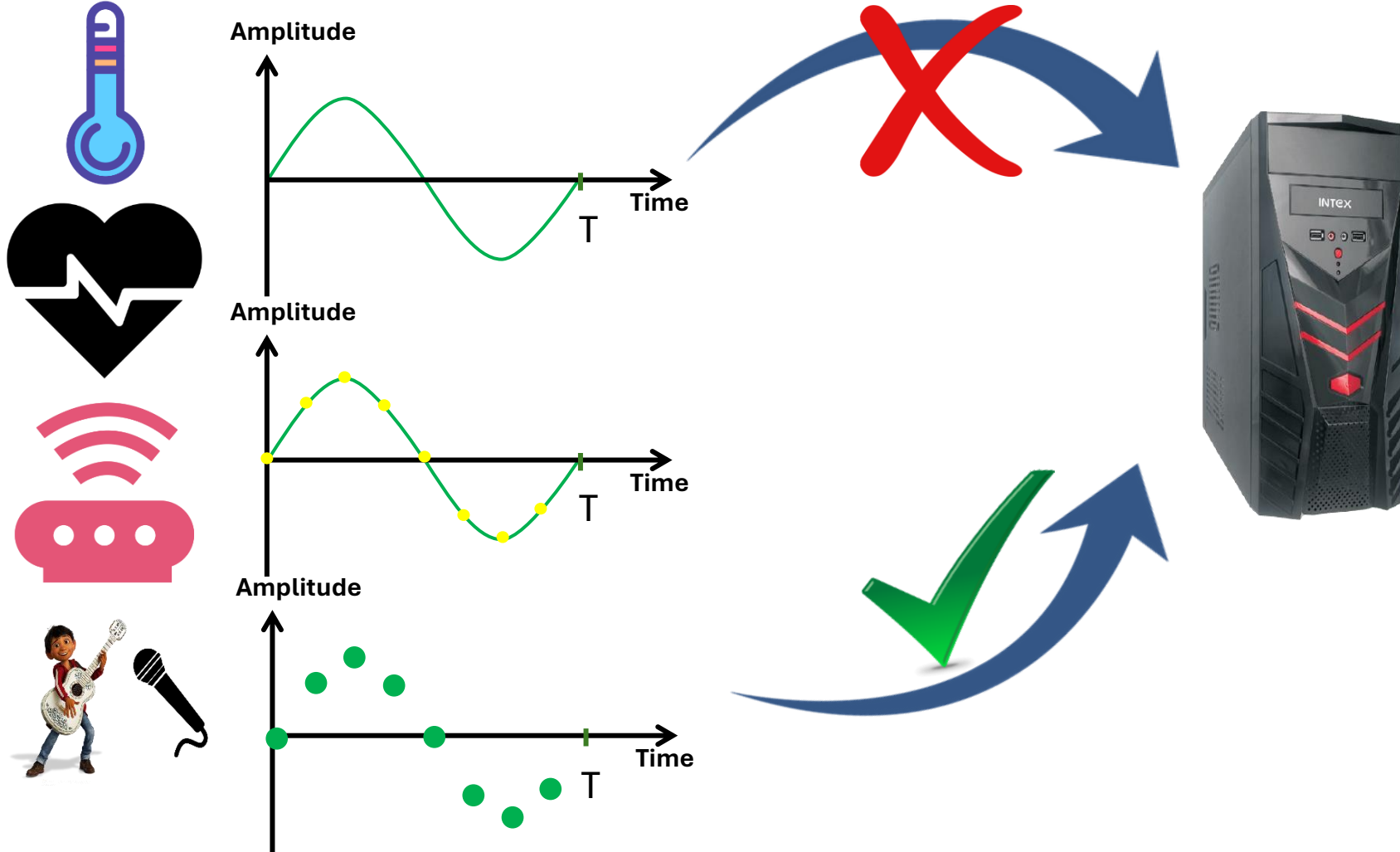
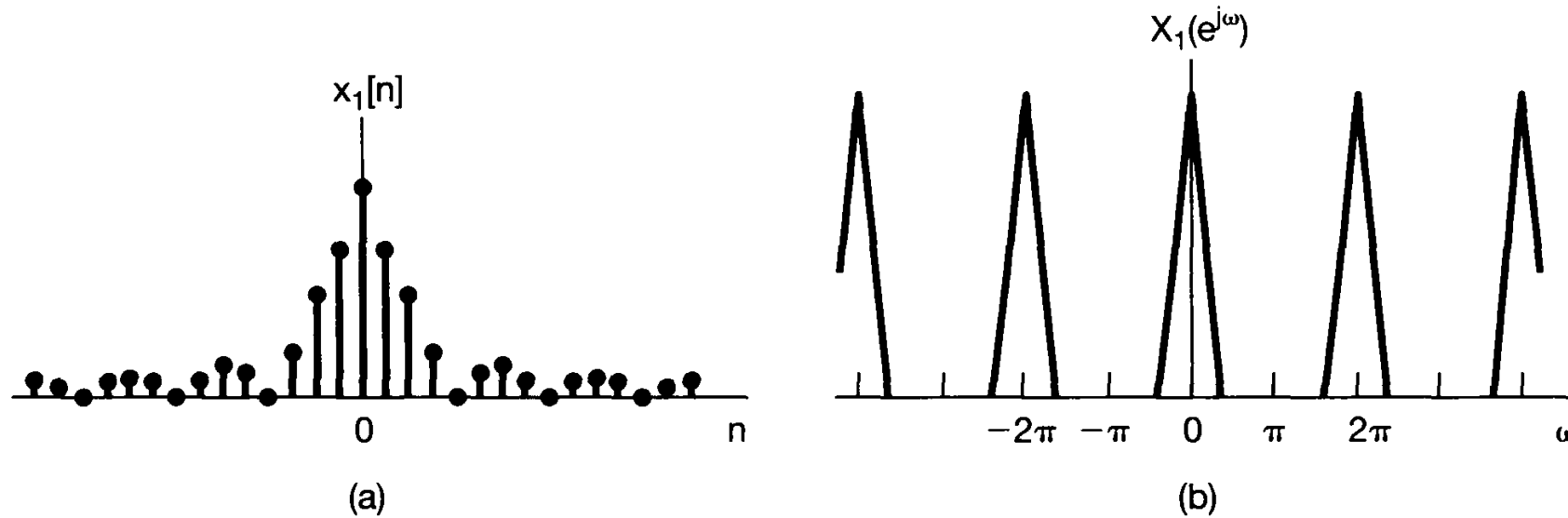


Ayrık Zamanlı Sinyaller Nedir ve Neden Kullanılır?



Ayrık Zamanlı Fourier Dönüşümü (DTFT)



Ayrık Zamanlı Sinyal

Sürekli Spektrum

DTFT, 2π periyot ile periyodiktir

Ayrık Zamanlı Fourier Dönüşümü (DTFT)

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$$

Analiz

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})e^{j\omega n} d\omega$$

Sentez

- DTFT ve ters DTFT simetrik değildir.
- Biri sonlu bir aralık (2π) üzerinden integrasyon, diğeri ise sonsuz terimler üzerinden toplamadır.
- Sinyal, $x[n]$ aperiyoiktir
- DTFT, dönemsel 2π olarak periyodiktir.

Örnek: Üstel Olarak Azalan Sinyal

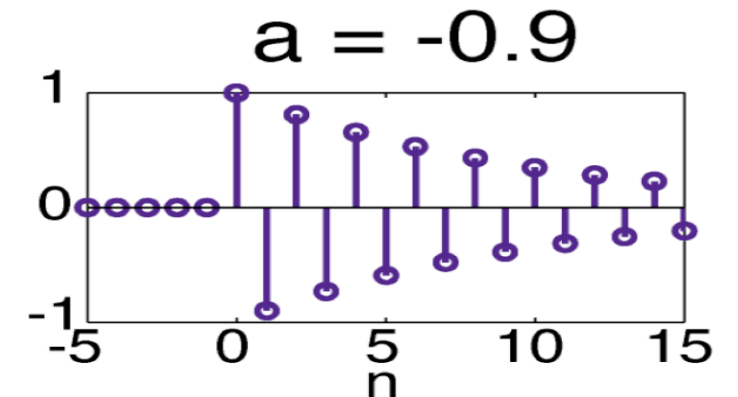
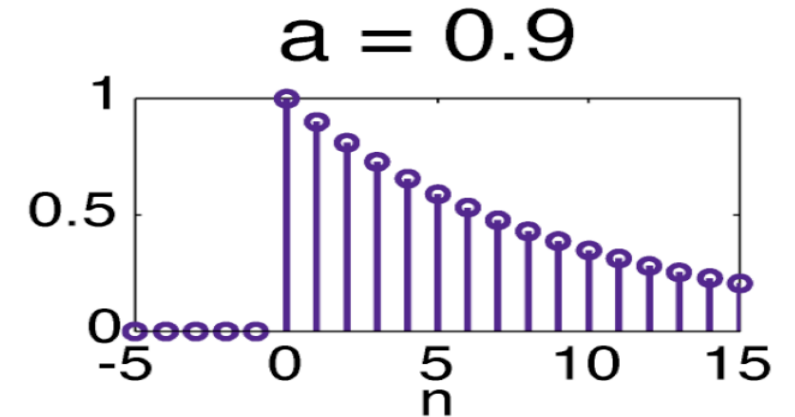
- DTFT'nin $x[n] = a^n u[n]$, $|a| < 1$,

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a^n u[n] e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{\infty} (ae^{-j\omega})^n$$

- Geometrik toplama formülünü kullanma

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}, |r| < 1$$

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} \quad |a| < 1$$



Örnek: Üstel Olarak Azalan Sinyal (Büyüklik)

$$\begin{aligned} |X(e^{j\omega})| &= \left| \frac{1}{1 - ae^{-j\omega}} \right| = \left| \frac{1}{(1 - a \cos(\omega)) - ja \sin(\omega)} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{(1 - a \cos(\omega))^2 + (a \sin(\omega))^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - 2a \cos(\omega) + a^2}} \end{aligned}$$

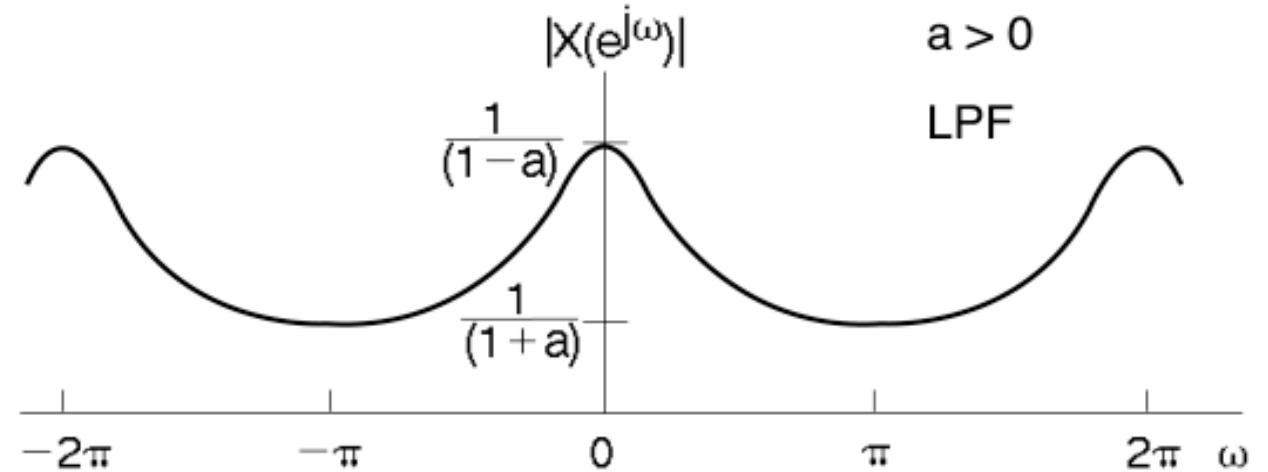
Üstel olarak azalan bir sinyalin spektrumu

$$|X(e^{j\omega})| = \frac{1}{\sqrt{(1 - 2a \cos(\omega) + a^2)}}$$

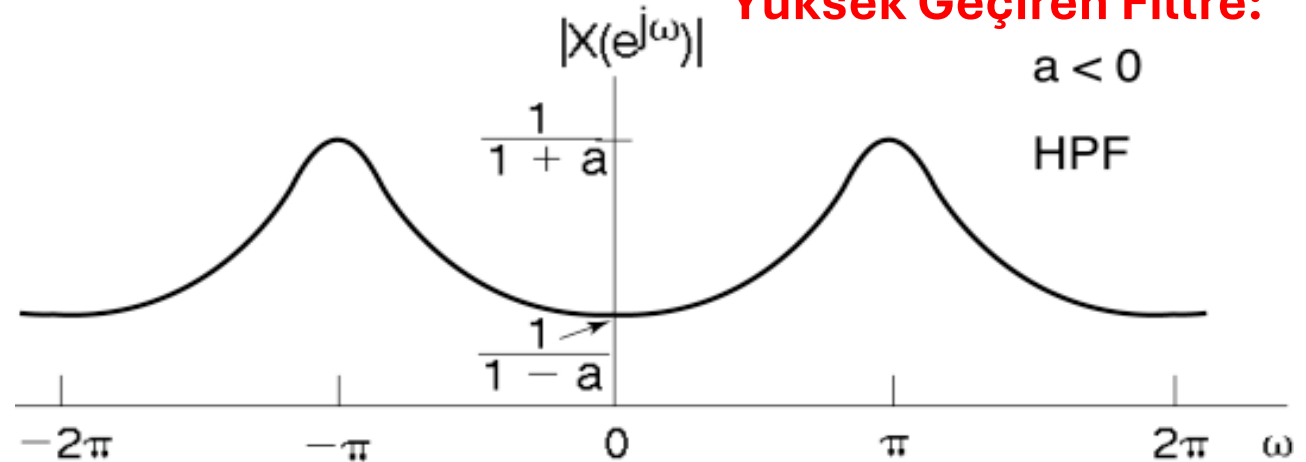
$$\begin{aligned} |X(e^{j\omega})|_{\omega=0} &= \frac{1}{\sqrt{(1 - 2a + a^2)}} \\ &= \frac{1}{1 - a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |X(e^{j\omega})|_{\omega=\pi} &= \frac{1}{\sqrt{(1 + 2a + a^2)}} \\ &= \frac{1}{1 + a} \end{aligned}$$

Alçak Geçiren Filtre:



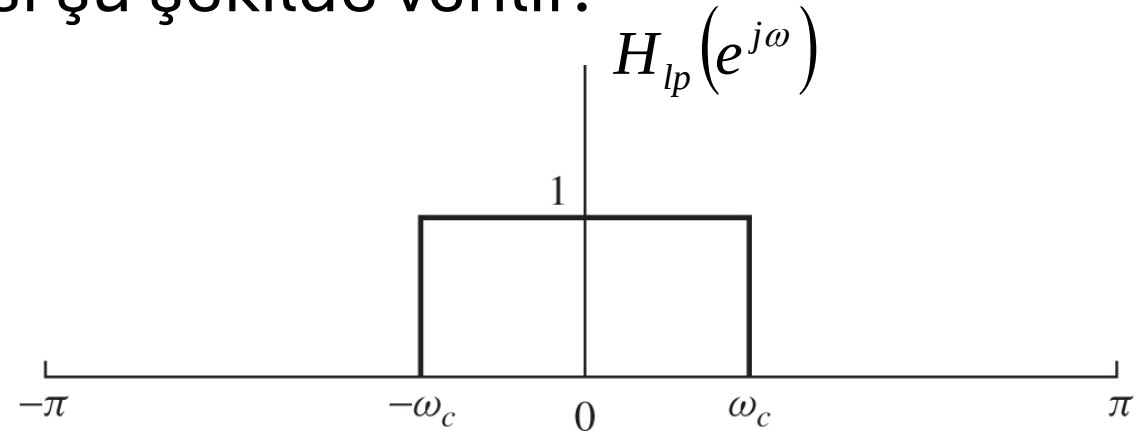
Yüksek Geçiren Filtre:



İdeal alçak geçiren filtre

- İdeal bir alçak geçiren filtrenin DTFT'si şu şekilde verilir:

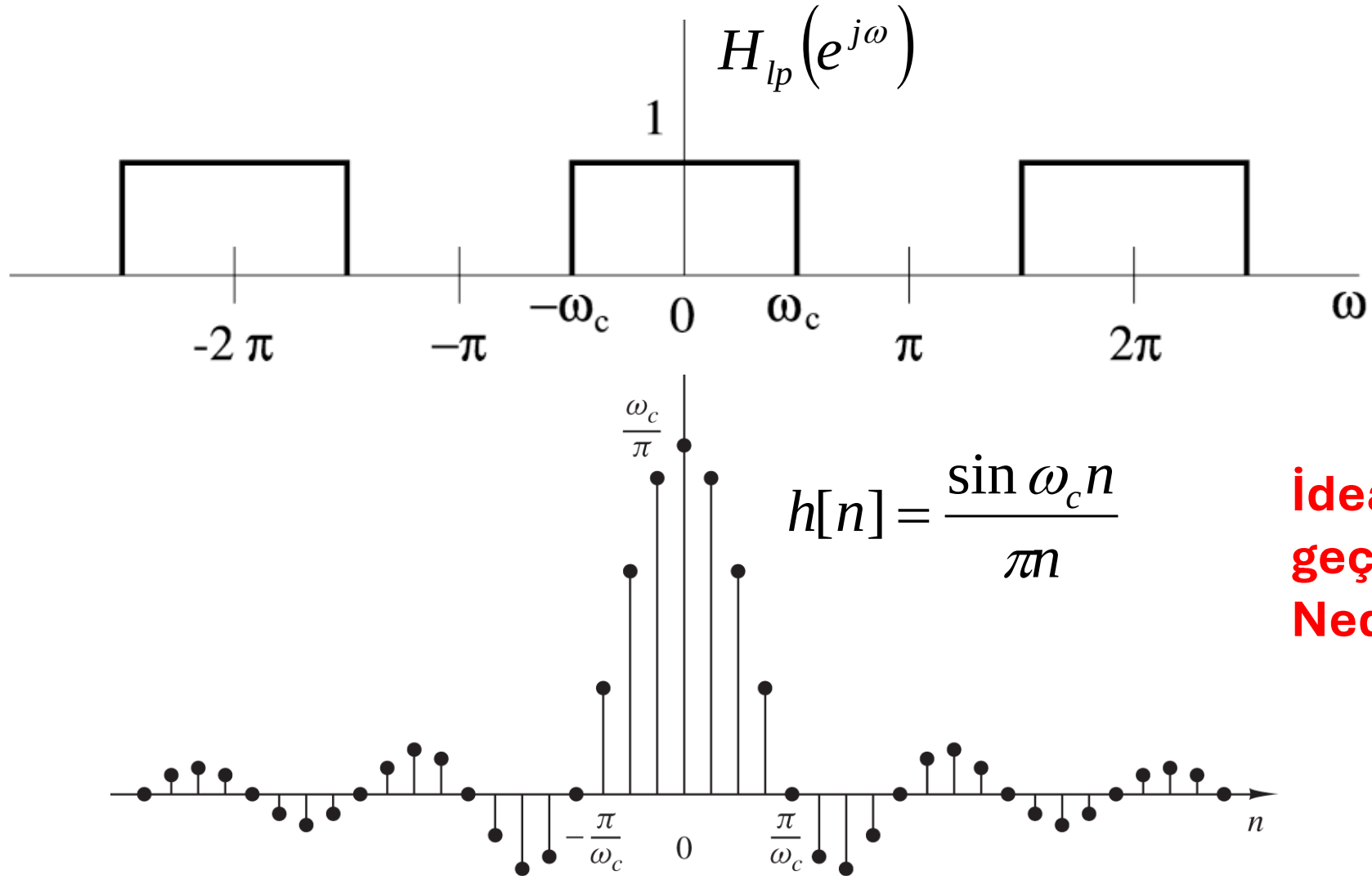
$$H_{lp}(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \omega_c \\ 0 & \omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$



- Tersi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} h_{lp}[n] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_{lp}(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi j n} \left[e^{j\omega n} \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = \frac{1}{2\pi j n} \left(e^{j\omega_c n} - e^{-j\omega_c n} \right) = \frac{\sin \omega_c n}{\pi n} \end{aligned}$$

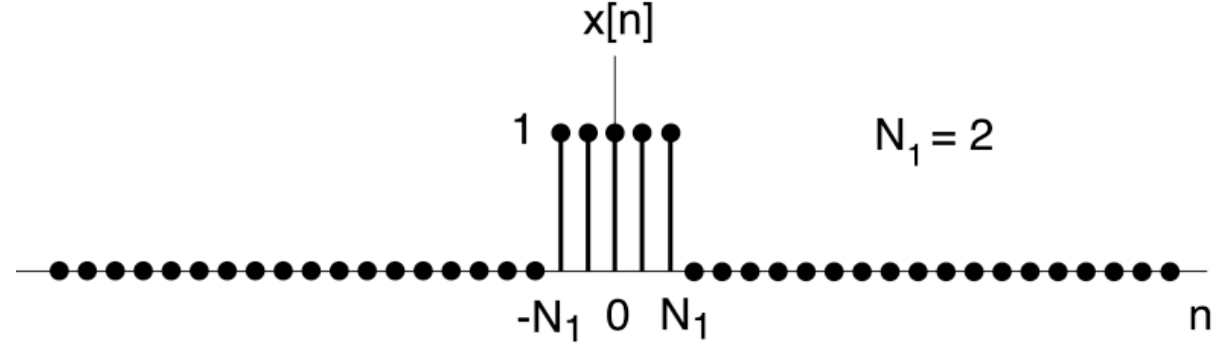
İdeal Alçak Geçiren Filtre



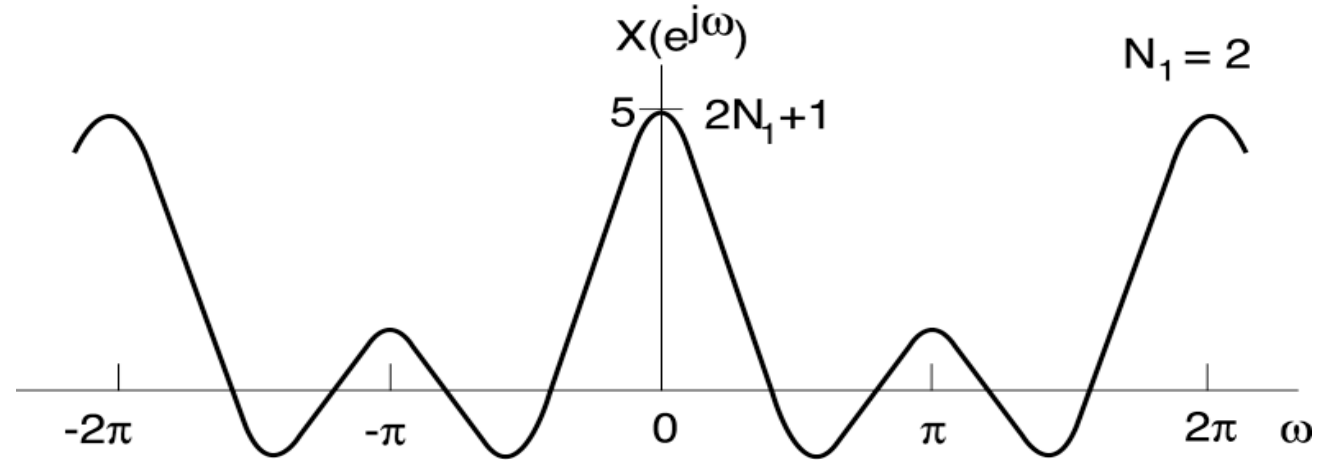
**İdeal Alçak
geçiren filtre
Nedensizdir!**

Sonlu Darbe Tepkili Alçak Geçiren Filtre

$$x[n] = \begin{cases} 0, & n < -N_1 \\ 1, & -N_1 \leq n \leq N_1 \\ 0, & n > N_1 \end{cases}$$



$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-N_1}^{N_1} e^{-j\omega n} = \sum_{n=-N_1}^{N_1} (e^{-j\omega})^n = \frac{\sin(\omega(N_1 + 1/2))}{\sin(\omega/2)}$$



- Zaman sınırlı bir darbenin frekans tepkisi, düşük geçiren bir filtredir.
- Bu tür bir filtreyi sonlu darbe yanıtı (FIR) filtresi olarak adlandırıyoruz.