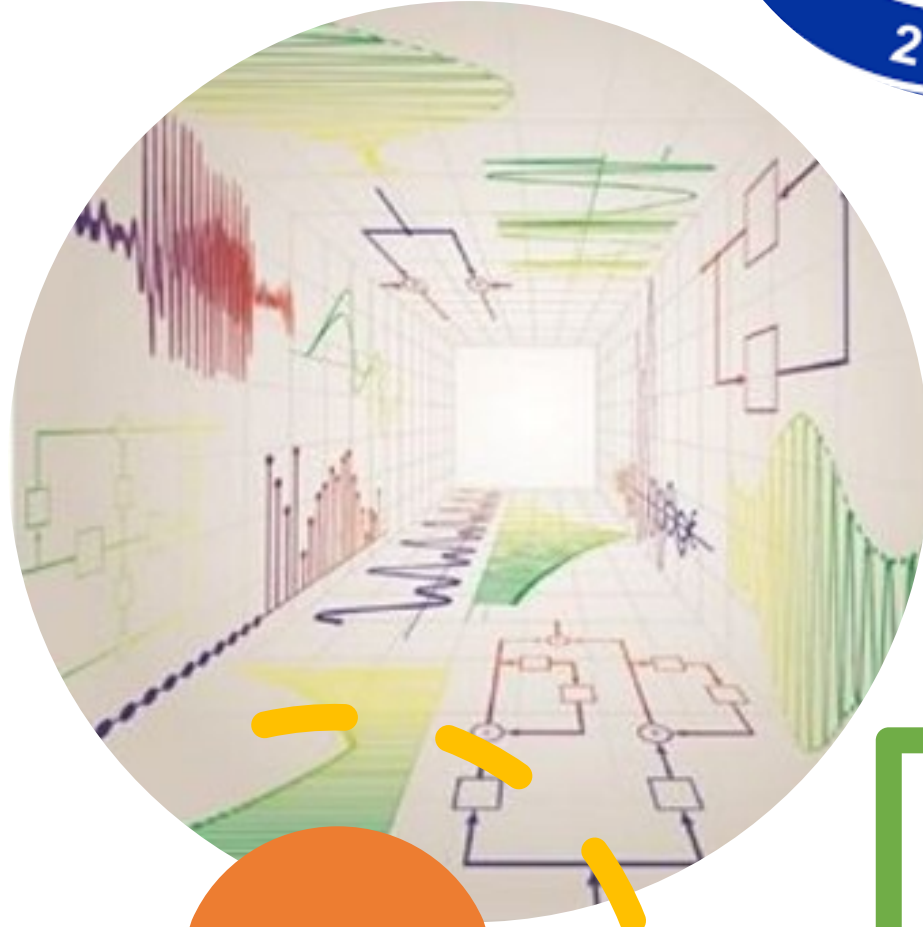
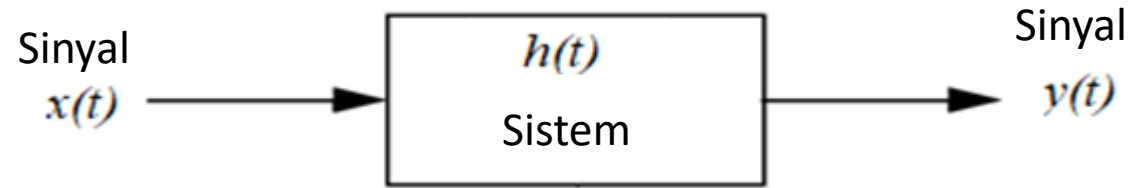


SİNYALLER VE SİSTEMLER

Doc. Dr. Yunus Egi
Elektrik Elektronik Muh.



1 .6 TEMEL SİSTEM ÖZELLİKLERİ



**1 .6.1 Hafıza
(Memory)**

**1.6.2 Ters çevrilebilirlik
(Invertibility)**

**1 .6.3 Nedensellik
(Causality)**

**1 .6.4 Stability
(İstikrarlık)**

**1 .6.5 Time invariant
(Zamanla Degismezlik)**

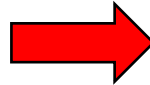
**1 .6.6 Linearity
(Dogrusallik)**

1 .6 TEMEL SİSTEM ÖZELLİKLERİ

1 .6.1 Bellekli ve Belleksiz Sistemler

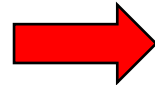
- Bir sistem, belirli bir zamandaki çıktısı yalnızca aynı andaki girişe bağlıysa belleksizdir.
- Aşağıdaki sistem belleksiz mi?

$$y[n] = (2x[n] - x^2[n])^2$$



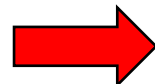
Memoryless(Belleksiz), Herhangi bir belirli zamanda $y[n]$ 'nin değeri olduğundan, $n0$ yalnızca o andaki $x[n]$ 'nin değerine bağlıdır.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k],$$



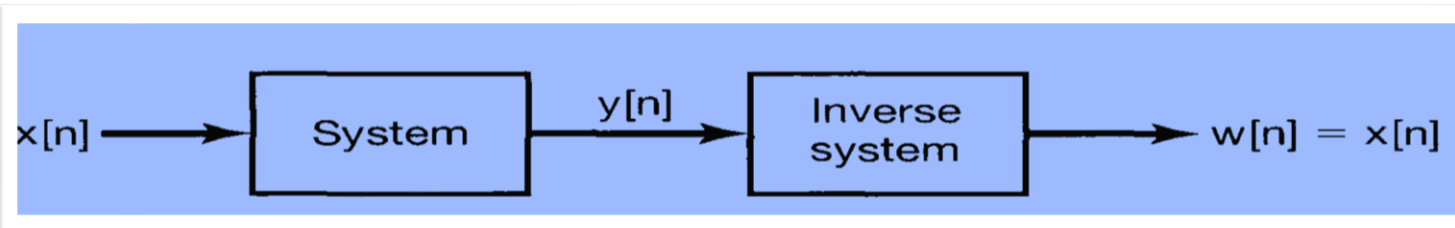
Memory(Bellekli), $Y[n]$ 'nin değeri, $x[n]$ 'nin mevcut ve/veya önceki değerlerine bağlı olduğundan.

$$y[n] = x[n - 1].$$



1.6.2 Ters Çevrilebilirlik ve Ters Sistemler

- Farklı girdiler farklı çıktılara yol açıyorsa, bir sistemin tersine çevrilebilir(*invertible*) olduğu söylenir.

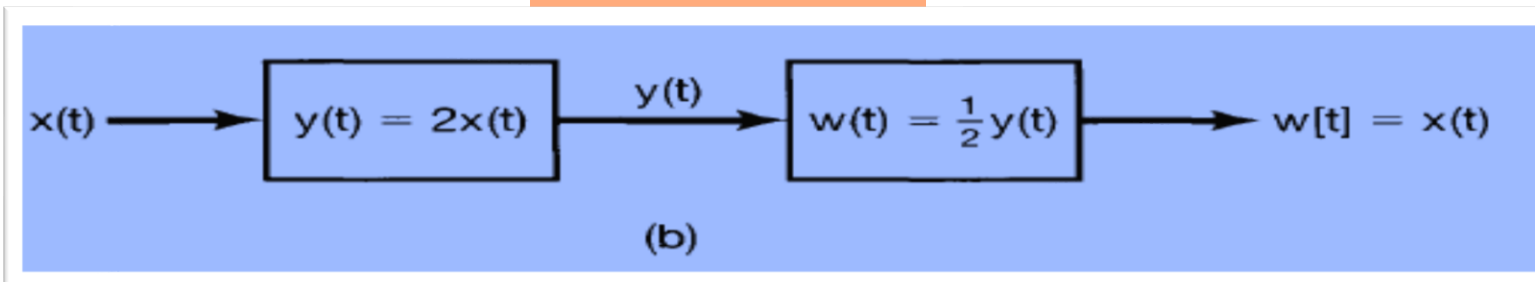


- Ters çevrilebilir sürekli zaman sistemine bir örnek:

$$y(t) = 2x(t),$$

- Ters system:

$$w(t) = \frac{1}{2}y(t).$$



- Tersinmeyen(*noninvertible*) sistemlere örnek olarak şunlar verilebilir:

$$y(t) = x^2(t),$$

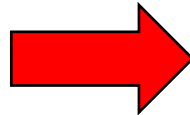
- burada belirli bir çıktı için girdinin işaretini belirleyemeyiz.

1 .6.3 Nedensellik(Causality)

- Bir sistem, herhangi bir zamandaki çıktının yalnızca girdinin şu andaki ve geçmişteki değerlerine bağlı olması durumunda nedenseldir.

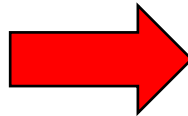
Örnek

$$y[n] = x[n - 1].$$



Nedensel(Causal)

$$y[n] = x[n + 1].$$



Nedensel Olmayan(Non Causal)

- Aşağıdaki sistemler nedensel midir?

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k],$$

Nedensel

$$y[n] = x[n] - x[n + 1]$$

Nedensel
olmayan

$$y[n] = x[-n].$$

Nedensel
olmayan

$$y[n] = x[n - 1].$$

Nedensel

$$y(t) = x(t + 1)$$

Nedensel
olmayan

Açıklama: Tüm belleksiz sistemler nedenseldir, çünkü çıktı yalnızca girdinin mevcut değerine yanıt verir.

- Aşağıdaki sistem nedensel midir?

$$y(t) = x(t) \cos(t + 1).$$

Bu sistemde, herhangi bir t zamanındaki çıktı, aynı anda girişe zamana göre değişen bir sayı ile çarpımına eşittir. Bu nedenle, denklemi şu şekilde yeniden yazabiliriz:

$$y(t) = x(t)g(t),$$

- burada $g(t)$ zamanla değişen bir fonksiyondur, yani $g(t) = \cos(t + 1)$. Bu nedenle, yalnızca $x(t)$ girişinin mevcut değeri, $y(t)$ çıkışının mevcut değerini etkiler ve şu sonuca varırız:

Bu sistem nedenseldir.

1.6.4 Stability(Kararlılık)

Kararlı bir sistem, aşağıdakilerin bulunduğu sistemdir: küçük girdiler, birbirinden ayrılmayan yanıtlara yol açar.

- Kararlı bir sisteme giriş sınırlıysa, çıktının da sınırlanması gerekir

- Aşağıdaki sistemler kararlı mı?

$$y[n] = 5x[n - 3] + 3 \quad \text{kararlı}$$

$$y[n] = nx[n - 3] \quad \text{kararsız}$$

$$y(t) = e^{x(t)} \quad \text{kararlı}$$

$$y(t) = e^t x(t) \quad \text{kararsız}$$

$$y(t) = \sin(x(t)) \quad \text{kararlı}$$

$$y(t) = tx(t) \quad \text{kararsız}$$

- Bir sistem, sistemin davranışı ve özellikleri zaman içinde sabitlenmişse zamanla değişmezdir.
- Giriş sinyalindeki bir zaman kayması, çıkış sinyalinde aynı zaman kayması ile sonuçlanıyorsa, bir sistem zamanla değişmezdir.
- Ayrık zamanda, girdi $x(n)$ olduğunda $y(n)$ 'nin çıktı olduğunu düşünelim, zamanla değişmez bir sistem, $x(n - n_0)$ girdi olduğunda çıktı olarak $y(n - n_0)$ olacaktır.
- Sürekli zamanda, girdi $x(t)$ olduğunda $y(t)$ 'nin çıktı olduğunu düşünelim, zamanla değişmez bir sistem, $x(t - t_0)$ girdi olduğunda çıktı olarak $y(t - t_0)$ olacaktır.

- Aşağıdaki sistemler zamanla değişmez midir?

$$y[n] = 5x[n - 3] + 2$$

$$y(t) = e^{x(t)}$$

$$y(t) = \sin(x(t))$$

Zamanla Değişmez
Sistemleri

$$y(t) = x(2t)$$

$$y[n] = n x[n]$$

$$y(t) = x(\sin(t))$$

Zamanla Değişen
Sistemler
(Zamanla değişmez
değil)

- Bir sistem doğrusaldır, eğer bir giriş birkaç sinyalin ağırlıklı toplamından oluşuyorsa, girişi sistemin giriş sinyallerinin her birine verdiği yanıtların ağırlıklı toplamıdır.

Bir sisteme giriş $x(t)$ ve çıkış $y(t)$ ise, o zaman

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

Aşağıdakilerin karşılanması durumunda bir sistem doğrusaldır

$$ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t)$$

- Açıklama: Bir sistem zaman değişmez olmadan doğrusal olabilir ve doğrusal olmadan zaman değişmez olabilir.

Örnek 1.17

1.6.6 Doğrusallık

Girişi $x(t)$ ve çıkışı $y(t)$ ile ilişkili olan bir S sistemi düşünün

$$y(t) = tx(t)$$

S'nin doğrusal olup olmadığını belirlemek için iki keyfi girdi $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ ele alınır.

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = tx_1(t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = tx_2(t)$$

$x_3(t)$, $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ 'nin doğrusal bir kombinasyonu olsun. Yani,

$$x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t) \text{ burada}$$

a ve b keyfi skalerdir. Eğer $x_3(t)$ S'nin girdisiyse, o zaman karşılık gelen çıktı şu şekilde ifade edilebilir: $y_3(t) = tx_3(t) = t(ax_1(t) +$

$$bx_2(t)) = atx_1(t)$$

$$+ btx_2(t) = ay_1(t) + by_2(t)$$

S sisteminin doğrusal olduğu sonucuna varıyoruz.

Önceki örnekteki doğrusallık kontrol prosedürünü, girişi $x(t)$ ve çıkışı $y(t)$ aşağıdaki şekilde ilişkili olan başka bir sistem S'ye uygulayalım:

$$y(t) = x^2(t)$$

Önceki örnekte olduğu gibi $x_1(t)$, $x_2(t)$ ve $x_3(t)$ 'yi tanımlayarak,

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1^2(t)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2^2(t)$$

Ve

$$\begin{aligned} x_3(t) \rightarrow y_3(t) &= x_3^2(t) \\ &= (ax_1(t) + bx_2(t))^2 \\ &= a^2 x_1^2(t) + b^2 x_2^2(t) + 2abx_1(t)x_2(t) \\ &= a^2 y_1(t) + b^2 y_2(t) + 2abx_1(t)x_2(t) \end{aligned}$$

Açıkça, $x_1(t)$, $x_2(t)$, a ve b 'yi, $y_3(t)$ 'nin $ay_1(t) + by_2(t)$ ile aynı olmadığı şekilde belirleyebiliriz.

Örneğin, $x_1(t) = 1$, $x_2(t) = 0$, $a = 2$ ve $b = 0$ ise, $y_3(t) = (2x_1(t))^2 = 4$, ancak $2y(t) = 2(x(t))^2 = 2$ 'dir. Sistem S'nin doğrusal olmadığı sonucuna varırız.

Örnek 1.20

1 .6.6 Doğrusallık

Sistemi göz önünde bulundurun

$$y[n] = 2x[n] + 3. \quad (1.132)$$

Bu sistem doğrusal değildir, birkaç şekilde doğrulanabilir. Örneğin, sistem eklenebilirlik özelliğini ihlal eder: Eğer $x_1[n] = 2$ ve $x_2[n] = 3$ ise, o zaman

$$x_1[n] \rightarrow y_1[n] = 2x_1[n] + 3 = 7, \quad (1.133)$$

$$x_2[n] \rightarrow y_2[n] = 2x_2[n] + 3 = 9. \quad (1.134)$$

Ancak, $x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$ cevabı şu şekildedir:

$$y_3[n] = 2[x_1[n] + x_2[n]] + 3 = 13, \quad (1.135)$$

Bu, $y_1[n] + y_2[n] = 16$ 'ya eşit değildir. Alternatif olarak, $x[n] = 0$ ise $y[n] = 3$ olduğundan, sistemin denklem (1.125)'te verilen doğrusal sistemlerin "sıfır-giriş/sıfır-çıkış" özelliğini ihlal ettiğini görürüz.

- Aşağıdaki sistemler Doğrusal mıdır?

$$y[n] = x[n - 3] + x[n + 2]$$

$$y(t) = e^t x(t + 2)$$

$$y(t) = tx(t^2)$$

Doğrusal
Sistemleri

$$y[n] = 2x[n - 3] + 3$$

$$y(t) = e^{x(t)}$$

$$y(t) = [x(t)]^2$$

$$y(t) = \sin(x(t))$$

Doğrusal Olmayan
Sistemleri